

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

**(ДВФУ)**

|  |
| --- |
| **ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**  **Департамент математического и компьютерного моделирования** |

**О Т Ч Е Т**

к лабораторной работе №5 по дисциплине

«Математическое моделирование»

направление подготовки

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Выполнил студент  гр. Б9120-01.03.02миопд  Крюков Н.В. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  *(Ф.И.О.) (подпись)*  Проверил  профессор  Пермяков М.С. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |  | *(Ф.И.О.) (подпись)*  « 3 » февраля 2023г. |
|  |  |  |

г. Владивосток

2023

Оглавление

[Определение цели 3](#_Toc126265456)

[Дополнительная информация к задаче 3](#_Toc126265457)

[Создание математической модели 3](#_Toc126265458)

[Анализ модели 4](#_Toc126265459)

[Численное решение 4](#_Toc126265460)

[Вывод 6](#_Toc126265461)

# Определение цели

В 1666 году молодой Исаак Ньютон пережидал эпидемию бубонной чумы в поместье своей матери. В один из дней он сидел под деревом. Вдруг на него упало яблоко. После этого он задумался, из-за чего это вообще произошло. Почему яблоко падает перпендикулярно к земной поверхности, а не вбок или вверх.

Исаак пришел к выводу о том, что яблоко притягивает Землю так же, как Земля притягивает яблоко.

На формулировку закона всемирного тяготения математику потребовалось более 20 лет. В 1687 году он выпускает книгу «Математические начала натуральной философии», в которой были описаны сам закон всемирного тяготения, а также три закона, ставшие основой классической механики и названные его именем.

Первый закон Ньютона гласит: «Существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы (или действуют силы взаимно уравновешенные), находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.»

В таких системах отсчёта достаточно просто и удобно моделировать движение тела, ведь на тело, фактически, не действуют другие силы. Если тело толкнули в определённую сторону с определённой скоростью, то узнать траекторию не составит труда.

Но, к сожалению, абсолютно инерциальных систем отсчёта очень мало.

Вращающийся диск не является инерциальной системой отсчёта. Поэтому моделирование траектории тела во вращающейся системе координат более сложная задача.

В этой работе будет реализована модель движения тела по вращающемуся диску (или около полюса Земли) после сообщения телу некоторой скорости.

# Дополнительная информация к задаче

Так как мы работаем с каким-то телом, то у него обязательно должна быть масса .

Чтобы построить траекторию движения тела, необходимо знать его начальные координаты , а также начальную скорость и направление или проекцию скорости на каждую ось – .

Необходимо знать и угловую скорость вращения диска , ведь именно этот параметр отличает эту задачу от тривиальной.

Трением в этой задаче будем пренебрегать.

# Создание математической модели

Для удобства и простоты расчётов, примем тело за материальную точку. Так как система отсчёта является неинерциальной, то на тело действует сила инерции, и она равна:

где – это вектор скорости. Проекции скорости на ось и ось соответственно равны:

Во вращающейся системе отсчета (например, на поверхности Земли) наблюдателю кажется, что тела движутся по изогнутой траектории – этот эффект называется эффектом Кориолиса. Его объясняют действием некой фиктивной силы — силы Кориолиса:

Но также, в общем случае, сила Кориолиса и равна:

Приравняем формулы и :

После преобразований мы получили систему линейных дифференциальных уравнений:

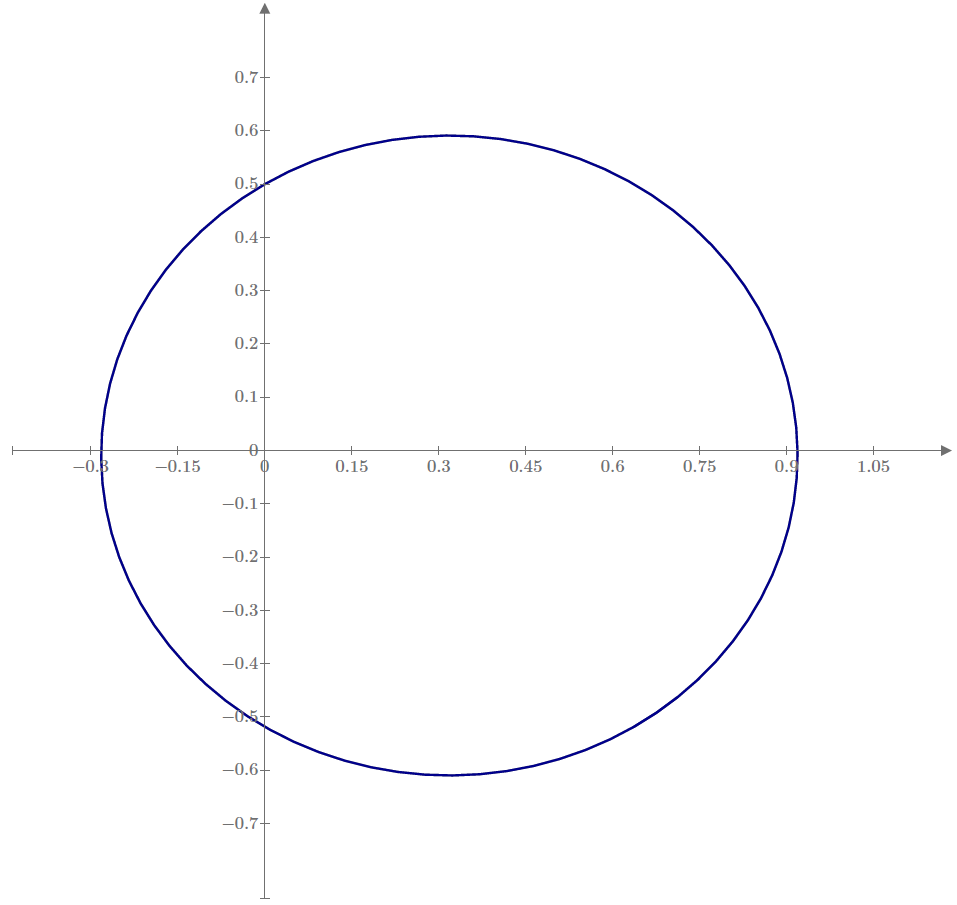
# Анализ модели

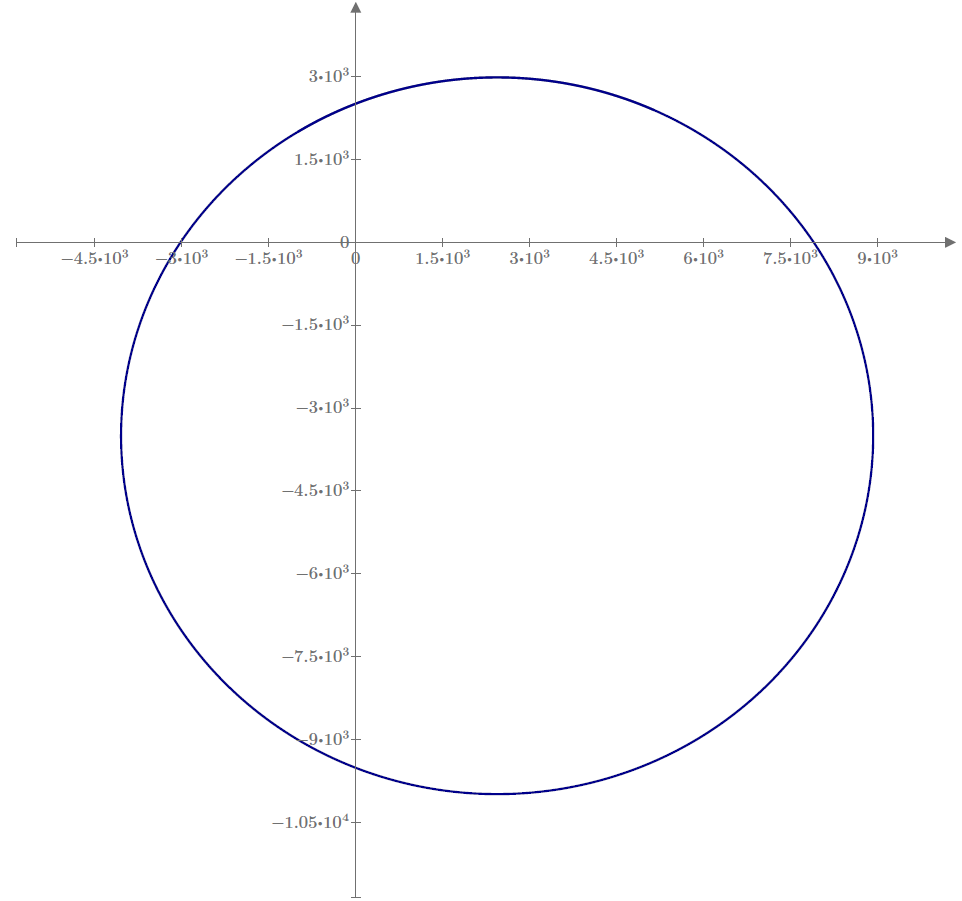
Так как система хоть и неинерциальная, но замкнутая, и тело не меняет свою высоту, следовательно сумма проекций кинетической энергии должна оставаться постоянной:

# Численное решение

С помощью программы компьютерной математики MathCad, смоделируем траекторию тела во вращающейся системе координат от времени, решив систему дифференциальных уравнений для различных начальных условий:

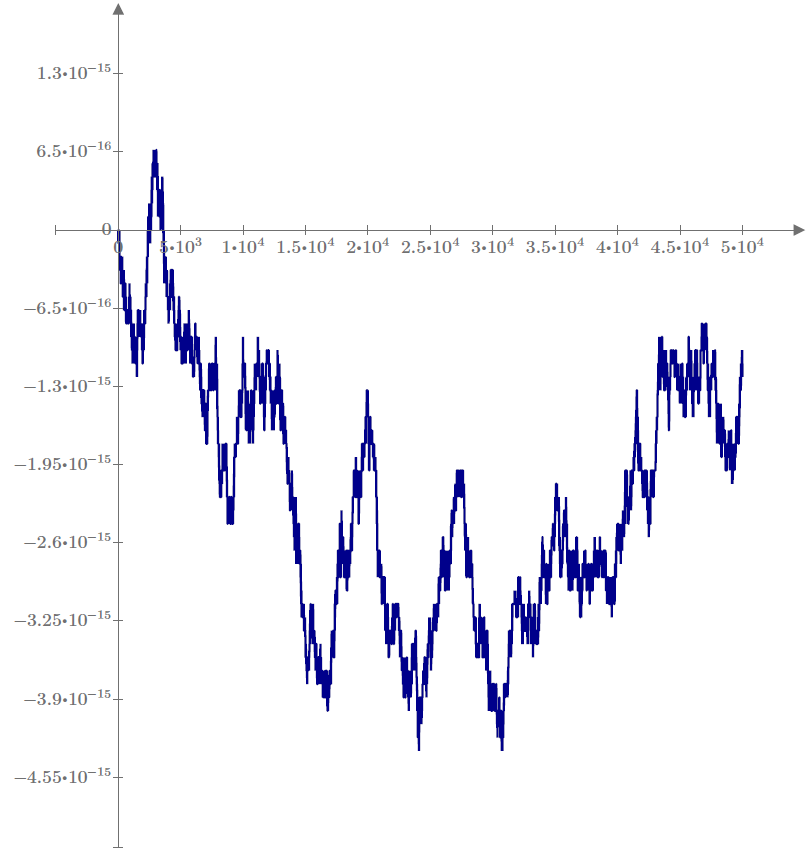
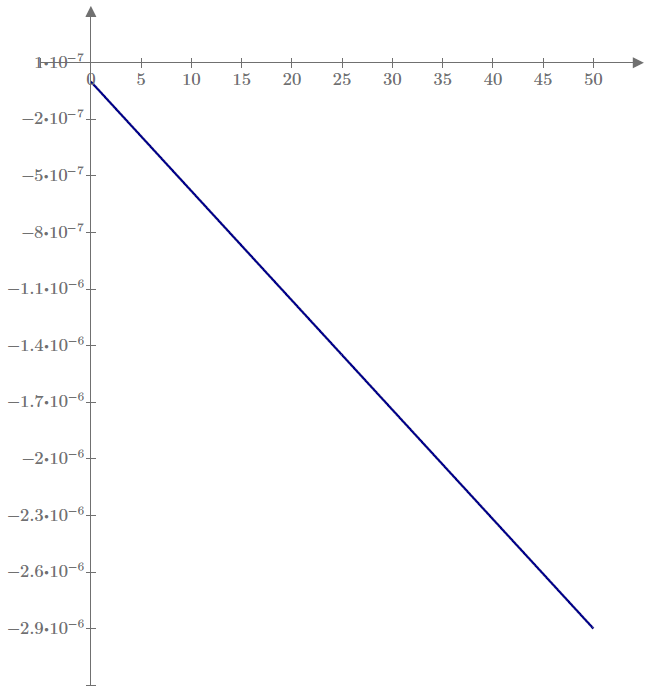
* Для модели движения по карусели – где ,
* Для модели движения около северного полюса, в этом случае вращающейся системой координат является вся планета – где – угловая скорость вращения Земли.

Зададим начальные условия и построим траекторию движения для первого случая:

А также для второго:

Из графиков видно, что после передаче телу энергии на вращающейся системе координат, оно начинает двигаться по окружности. Во втором же случае радиус этой окружности оказывается около 6-7 километров.

Проверим сохранение энергии из уравнения для обоих случаев:



Как видно из графиков, почти всюду соотношение не выполняется. Однако погрешность слишком мала и является ошибкой вычисления численного метода.

# Вывод

В данной работе были построены траектории тела во вращающейся системе координат, а также была произведена проверка правильности вычислений.